

## Нестандартні задачі як база для дослідницької діяльності учнів

*Жир Сергій Іванович<sup>1</sup>, Лескевич Тетяна Юріївна<sup>2</sup>,  
Ткаченко Марина Євгенівна<sup>3</sup>, Трактинська Вікторія Миколаївна<sup>4</sup>*

Опубліковано	Секція	УДК
30.09.2025	Освіта/Педагогіка	373.5.016:51

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17941123>

**Анотація.** У даній статті вивчається роль нестандартних математичних задач у розвитку логічного, критичного та дослідницького мислення школярів та використання таких задач у шкільній освіті. Наведено класифікацію нестандартних задач із прикладами з відомих конкурсів й навчальної літератури та пропозиціями щодо їх розвитку і можливостями досліджень, які можна проводити на уроках математики в закладах загальної середньої освіти. Визначено значення нестандартних задач для формування дослідницьких умінь учнів. Надано методичні поради щодо впровадження нестандартних задач у навчальний процес і залучення учнів до створення власних варіантів. Розглянуто можливості застосування цих задач у підготовці майбутніх учителів математики.

**Ключові слова:** логічне мислення, математична шкільна освіта, методичні рекомендації, гра Нім, класифікація, приклади.

### **Non-routine Problems as a Basis for Students' Research Work**

**Annotation.** This article explores the role of non-routine mathematical problems in the development of students' logical reasoning, critical thinking, and research-oriented competencies. The study emphasizes the importance of using such tasks within the educational process at the level of general secondary education. A detailed classification of non-routine problems is provided, with representative examples drawn from well-known mathematical contests conducted in Ukraine, as well as from recognized educational publications. For each category of problems, the authors propose original examples and offer suggestions for their further refinement and development.

The article pays particular attention to how these problems can serve as a foundation for organizing research-based activities in mathematics lessons. The use of non-routine problems not only enhances students' problem-solving skills but also cultivates a sense of curiosity, initiative, and persistence, all of which are essential qualities for engaging in meaningful

<sup>1</sup> канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри транспортних технологій та міжнародної логістики, Університет митної справи та фінансів, <https://orcid.org/0009-0006-2410-6792>

<sup>2</sup> канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0003-1898-0441>

<sup>3</sup> канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0002-9242-194X>

<sup>4</sup> канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0003-3059-5319>

research work. The authors also emphasize the importance of guiding students toward designing their own problem variants, thereby involving them in a form of academic co-creation and inquiry-based learning. In this context, such tasks serve as a bridge between traditional mathematical instruction and more exploratory, research-driven forms of learning.

Special attention is devoted to the role of non-routine problems in the professional training of future mathematics teachers. The study underscores the need for teacher education programs to include methodological components that prepare prospective teachers to effectively use, create, and adapt non-routine problems in classroom settings. Overall, the findings and recommendations of the article are aimed at mathematics educators and teacher training institutions who seek to improve the quality of instruction and to support the intellectual development of students through the thoughtful implementation of creative and challenging mathematical tasks.

**Keywords:** logical thinking skills, school mathematics education, methodological recommendations, game Nim, classification, examples.

### Вступ

У сучасному світі вміння креативно та нестандартно мислити високо цінується як роботодавцями, так і в суспільстві загалом, зокрема, з огляду на можливості створення власного бізнесу та реалізації особистісного потенціалу. Формування відповідних умінь значною мірою забезпечується в системі освіти: спочатку в школі, згодом – у закладах вищої освіти. Важливу роль у цьому процесі відіграє математична підготовка, яка сприяє розвитку логічного, аналітичного та системного мислення. Так, у дослідженні Київського міжнародного інституту соціології «Чи потрібна математика пересічній людині», яке було проведене 29 вересня – 9 жовтня 2023 року [1], а запитання «Чи знадобилося Вам вивчення математики після закінчення середньої школи?» 68% респондентів відповіли: «Так, вона сприяла розвитку логічного мислення», а 48% – «Так, моя робота пов'язана з математикою». Ці дані свідчать про високу актуальність математичної освіти, насамперед пов'язану із формуванням логічного мислення та здатностей до послідовних умовиводів.

Наразі математична освіта все більше орієнтується не лише на засвоєння формул і алгоритмів, а насамперед на розвиток гнучкого мислення, вміння аналізувати, міркувати, робити висновки та шукати нестандартні підходи до розв'язання задач. Одним із ефективних інструментів формування таких умінь є використання нестандартних задач, які спонукають учнів до пошуку, висуванню гіпотез та досліджень, що сприяє розвитку дослідницької компетентності, критичного та креативного мислення. У контексті реалізації компетентнісного підходу та ідей НУШ зростає потреба в осмисленому включенні таких задач у структуру уроків математики, а також у позакласну та науково-дослідницьку діяльність. Відповідно, ключовим завданням є навчити майбутніх учителів математики ефективно використовувати нестандартні задачі на уроках. Це передбачає формування у них навичок наукового керівництва та залучення учнів до пошукової та дослідницької роботи, розвитку вміння самостійно формулювати проблеми та знаходити шляхи їх розв'язання.

Проблемами розвитку логічного мислення засобами нестандартних задач займалися багато авторів. Зокрема, Н.С. Подольська [2] розглядала такі задачі при навчанні математиці дітей молодшого шкільного віку, Н.А. Лисаченко [3] – учнів 5-6 класів. Проблема формування в учнів дослідницьких вмінь присвячена також значна кількість робіт, зокрема [4-10]. В роботах С. Семенця [11; 12] досліджено формування навчально-математичної діяльності та розвиток математичних здібностей учнів через розвивальне навчання, розроблено розвивально-задачний метод навчання математики, запропоновано чотирирівневу задачну систему навчання. Авторами цієї статті в [13] раніше було показано, як можна застосовувати методи узагальнень та варіацій відомих

результатів в дослідницькій роботі учнів, та проілюстровано це на прикладі конкретної олімпіадної задачі.

Сучасна математична освіта в школі має виходити за межі відтворення готових алгоритмів. Виходячи із викликів сьогодення, вона повинна формувати в учнів уміння мислити нестандартно, досліджувати, аргументувати й захищати власну позицію. Саме тому застосування нестандартних задач у навчальному процесі й у науково-дослідній діяльності набуває особливого значення.

Одним із ефективних форматів реалізації дослідницького підходу є участь школярів у Турнірах юних математиків (ТЮМ). Це інтелектуальні командні змагання, які поєднують елементи олімпіад, дебатів і наукових дискусій. У контексті НУШ і МАН, нестандартні задачі, які є основою ТЮМ, виступають інструментом формування глибоких математичних і дослідницьких компетентностей.

Відомий міжнародний математичний конкурс «Кенгуру» [14; 15] також передбачає розв'язання значної кількості нестандартних задач, що стимулюють інтелектуальну активність учнів і формують дослідницьке мислення. Особливістю конкурсу є його нестандартний формат: учасникам пропонуються тестові завдання з вибором правильної відповіді, що охоплюють широкий спектр тем – від арифметики та геометрії до логіки, комбінаторики та елементів теорії ймовірностей. Завдання побудовані так, щоб бути цікавими, нестандартними та доступними для школярів різного віку та рівня підготовки. Участь у конкурсі стимулює учнів до самостійного навчання, аналізу та логічного мислення.

Крім того, важливою складовою у формуванні дослідницьких умінь, розвитку креативного мислення та творчих здібностей учнів є участь у математичних олімпіадах різних рівнів, а також у науково-дослідницькій діяльності в межах Малої академії наук України. У ході конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів МАН, вони перетворюють нестандартні завдання у повноцінні дослідження. Зокрема, МАН пропонує учням 7-11 класів взяти участь у Всеукраїнському конкурсі командних головоломок, де учні розв'язують як головоломки, так і нестандартні завдання з математики. З умовами проведення конкурсу можна ознайомитися за посиланням [16].

Загального підходу до класифікації нестандартних математичних задач не існує, але різні автори наукових, навчальних та методичних матеріалів найчастіше користуються розподілом задач на групи за одним з наступних критеріїв:

- за приналежністю до певного розділу математики (комбінаторні задачі, теорія чисел, геометричні (у тому числі конструктивні), теорія графів тощо) [17].
- за методом розв'язання (задачі на інваріанти, метод математичної індукції, принцип парності, метод графів, принцип Діріхле тощо) [17; 18].
- за сюжетом або за ключовою задачею («лицарі і брехуни», задачі на зважування та переливання, математичні ігри, головоломки із сірниками тощо) [19].

В даній статті ми будемо розглядати нестандартні задачі як засоби розвитку дослідницьких вмінь учнів середньої школи. Метою статті є обґрунтування доцільності використання нестандартних математичних задач для розвитку логічного, критичного та дослідницького мислення учнів, аналіз видів таких задач та підходів до їх впровадження в освітній процес. Для досягнення цієї мети нами були поставлені такі завдання: класифікувати нестандартні задачі, проаналізувати конкретні приклади з конкурсів та олімпіад в контексті їх можливих розширень до учнівських самостійних досліджень, побудов нових задач, надати практичні методичні рекомендації для інтеграції цих задач у навчальний процес, включаючи мініпроекти, окреслити перспективи їхнього використання у професійній підготовці майбутніх вчителів математики. При виконанні цих завдань були застосовані методи аналізу наукової та методичної літератури, класифікації та систематизації нестандартних задач, педагогічного моделювання.

## Результати

Сучасна школа має на меті не лише передати учням знання, а й сформуванати в них уміння думати, аналізувати, знаходити нестандартні рішення. Особливо актуальним це стає на уроках математики, де часто панує думка, що все зводиться до формул і правил. Однак саме нестандартні задачі дають змогу вийти за межі шаблонного мислення й зробити навчання справді захопливим і ефективним.

Спочатку з'ясуємо, в якому випадку ми говоримо про нестандартні задачі. Критерій, насправді, дуже простий. До нестандартних задач можна відносити задачі, для яких не існує чітко окресленого алгоритму розв'язання, тому вони вимагають творчого підходу, креативності та інтуїції, застосування знань у незвичному контексті. Їх розв'язання потребує створення нового методу. Такі задачі можуть мати відкрите або незвичне формулювання.

Але розвиток математичної освіти призвів до того, що деякі нестандартні задачі, які колись були запропоновані як виклик для учнів на математичних змаганнях, призвели до появи цілих класів задач, що створені на схожих засадах та містять аналогічні підходи до розв'язання. Про деякі з таких класів задач і буде далі йти мова.

Це можуть бути задачі на логіку, задачі з "підступом", парадокси, задачі на міркування, математичні ігри, задачі з елементами програмування або моделювання реальних ситуацій.

Пропонуємо розглянути наступну класифікацію найпоширеніших видів нестандартних задач, яка ґрунтується на методах розв'язання, та наші пропозиції щодо їх розвитку.

Задачі, що потребують використання законів логіки.

Деякі задачі розв'язуються за допомогою законів логіки, побудови логічних міркувань. Щоб правильно міркувати, робити висновки й розв'язувати такі задачі, потрібно знати основні закони логіки. Вони допомагають з'єднувати висловлювання у «логічні ланцюжки», тобто міркувати крок за кроком.

В основі таких міркувань часто лежать умовно-категоричні умовиводи, суто умовні умовиводи, умовно-розділові умовиводи (дилеми) та розділово-категоричні умовиводи.

Стверджувальний умовно-категоричний умовивід (*modus ponens*) дозволяє з умов

- з твердження А випливає твердження В
- твердження А є істинним
- зробити висновок, що твердження В також є істинним.

Заперечний умовно-категоричний умовивід (*modus tollens*) дозволяє з умов

- з твердження А випливає твердження В
- твердження В є хибним
- зробити висновок, що твердження А теж є хибним.

Суто умовний умовивід дозволяє з умов

- з твердження А випливає твердження В
- з твердження В випливає твердження С
- зробити висновок, що з твердження А випливає твердження С.

Найпоширеніша конструктивна складна дилема дозволяє з умов

- з твердження А випливає твердження В
- з твердження С випливає твердження D
- істинним є або твердження А або твердження С
- зробити висновок, що або твердження В або твердження D теж є істинним.

При розв'язанні задач такого типу використовують два різновиди розділово-категоричного умовиводу.

З умов

- з твердження А та твердження В рівно одне істинне
- твердження А є істинним

- робиться висновок, що твердження В є хибним.  
3 умов
- істинним є або твердження А або твердження В
- твердження А є хибним
- робиться висновок, що твердження В є істинним.

Приклад 1. [15, 2019/2020 н.р., рівень Малюк (М-3,4)]

Королева намагається з'ясувати три імені дружини Румпельстільцкіна. Вона питає її: «Вас називають Адель Лілі Клео?» «Вас називають Адель Лора Кора?» «Вас називають Аббей Лора Клео?» Кожного разу лише одне ім'я та його позиція були правильними. Як звати дружину Румпельстільцкіна?

Приклад 2. [15, 2018/2019 н.р., рівень Малюк (М-3,4)]

Андрій, Дмитро і Михайло втриьох щодня ходять на прогулянку. Якщо Андрій не одягає капелюха, то Дмитро одягає капелюх. Якщо Дмитро не одягає капелюха, то Михайло одягає капелюх. Сьогодні Дмитро не одягнув капелюха. Хто у капелюсі?

Наведемо ще декілька варіантів таких задач та напрямків досліджень, які можна використовувати на уроках математики.

1) Щоб активувати стародавній сувій, учень чаклуна повинен правильно назвати заклинання, яке складається із чотирьох слів, причому учень точно пам'ятає, що перше слово починалося з літери «А», друге з «Б», третє з «В», а четверте з «Г». Учень намагається згадати заклинання та говорить: «Абра бене веда горус», «Абер бене веда гонас», «Абра бере веда гонас», «Абра бене ваде гонас». Проте його вчитель повідомляє йому, що кожний раз лише одне слово із кожної спроби є правильним. Назвіть правильне заклинання.

2) Запропонуйте учням самостійно скласти ланцюжок заклинань з більшою кількістю слів, за умови, що в кожному випадку лише одне слово є правильним. Після цього запропонуйте дослідити, як потрібно змінити пробні варіанти заклинань у разі, якщо в кожній спробі учень називає рівно два правильних слова, щоб у підсумку можна було встановити правильне заклинання.

3) Іван, Богдан і Сергій щодня приходять на заняття з шахів. Якщо Сергій не приносить шахівницю, то Іван приносить шахівницю. Якщо Богдан не приносить шахівницю, то Сергій приносить шахівницю. Сьогодні Сергій не приніс шахівницю. хто приніс шахівницю сьогодні?

Головоломки.

У задачах-головоломках для розв'язання необхідна кмітливість, розуміння прихованої ідеї або закономірності, часто використовується нестандартний хід думок. В [19] використання головоломок розглядається як засіб активізації розвитку математичного та критичного мислення учнів, наводиться велика кількість головоломок та методичних рекомендацій щодо впровадження їх в освітній процес. Досить популярними є задачі-головоломки, де потрібно знайти числову закономірність та продовжити ряд.

Приклад 3. [20, с. 186]

Як відміряти 15 хвилин, щоб зварити яйця, за допомогою пісочних годинників, які відмірюють 7 хвилин та 11 хвилин?

Пропонуємо до розгляду таку головоломку:

Знайдіть закономірність:  $1\Delta 2=6$ ,  $2\Delta 3=10$ ,  $3\Delta 4=16$ ,  $4\Delta 5=24$ ,  $5\Delta 7=?$

Можна ускладнити дану задачу і запропонувати учням знайти не  $5\Delta 7$ , а, наприклад,  $(2\Delta 4)\Delta 3$ .

Запропонуйте учням скласти свої задачі на закономірності, обмінятися умовами, наприклад, із сусідом по парті та розв'язати задачу сусіда.

Математичні ребуси

Математичні ребуси, які часто ще називають числовими, арифметичними ребусами або криптарифмами, являють собою правильну рівність, що містить арифметичну операцію (або декілька операцій) з багатоцифровими числами, в яких кожна цифра замінена літерою так, щоб однакові цифри позначались однаковими літерами, а різні цифри – різними літерами. Особливістю цих задач є те, що при заміні цифр на літери кожне число перетворюється на змістовне слово, а комбінація всіх слів, що є у виразі, як правило, утворює змістовне речення.

Основною ідеєю при розв'язанні таких задач є перебір, який є можливим, оскільки кожна літера може приймати скінчену кількість значень. Але цікавість і вимогливість цих задач полягає в тому, щоб знаходити додаткові міркування в структурі виразу, які зменшують кількість випадків для перебору. Чим більше таких міркувань буде знайдено, тим краще учні впораються з задачею. Як правило, використовується досить стандартний набір додаткових міркувань, до яких учні зможуть звикнути, розв'язавши достатню кількість математичних ребусів.

Частою конструкцією математичних ребусів є ситуація, коли додаються два однакових багатоцифрових числа, що дозволяє скористатись властивостями додавання однакових чисел, наприклад, розряд одиниць результату тоді повинен бути парною цифрою, а старший розряд, в залежності від необхідності мати чи не мати перенос, містить або цифри починаючи з 5 та більше, або, навпаки, цифри від 1 до 4. Також частим елементом в математичних ребусах є ситуація, коли всі цифри в одному розряді однакові, що є можливим тільки в одному з двох випадків і значно зменшує кількість варіантів для перебору.

При створенні ребусів часто виникає проблема неоднозначності розв'язку, тож при розв'язанні запозичених математичних ребусів треба попереджувати учнів про необхідність пошуку всіх можливих розв'язків, а при самостійному створенні такого ребуса потрібно ретельно перевіряти єдиність розв'язку.

В якості першого математичного ребуса часто згадують такий приклад, наведений Генрі Ернстом Дьюдені у 1924 році в журналі «Strand Magazine».

Приклад 4. [21, с. 4]

SEND + MORE = MONEY

Приклад 5. [21, с. 4]

УДАР + УДАР = ДРАКА

В якості додаткових задач пропонуємо наступні.

СОН + СОН = ДЕНЬ

ЛІТО + ЛІТО = ОСІНЬ

При самостійному створенні учнями математичних ребусів бажано обирати однакові багатоцифрові числа в якості доданків, а при отриманні результату стежити за тим, які цифри повторились, чим більше таких цифр, тим легше буде розв'язувати створений ребус.

Задачі з підступом.

Задачі з підступом – це задачі, в яких формулювання навмисно або приховано створює умову для інтуїтивно помилкової відповіді. Правильне ж розв'язання потребує уважності, вміння критично та нестандартно мислити.

Приклад 6. [22]

У хлопчика не вистачає на морозиво 7 коп., а в дівчинки – однієї. Хлопчик запропонував скласти їхні гроші і купити одне морозиво. Але їм все одно не вистачило грошей. Скільки коштує морозиво?

Пропонуємо також такі задачі з підступом.

Знайти сторони трикутника з периметром 17 см, якщо одна його сторона на 3 см більша за іншу та на 5 см менша за третю.

Дана задача здається стандартною, яка розв'язується за допомогою рівняння. Але це задача з підступом, оскільки у відповіді отримуємо 2 см, 5 см та 10 см, що не може бути довжинами сторін трикутника, оскільки не виконується нерівність трикутника. Тому правильна відповідь – такого трикутника не існує.

Можна також обернути попередню задачу та запропонувати учням знайти периметр трикутника, якщо одна його сторона дорівнює 5 см, друга на 3 см коротша, а третя на 5 см довша, ніж перша.

В такому випадку учні зазвичай знаходять периметр 17 см, навіть не замислюючись, чи існує такий трикутник.

Запропонуйте учням придумати свої задачі з підступом.

Задачі на міркування.

Задачі на міркування – це задачі, які при розв'язанні потребують логічного аналізу, побудови несуперечливих умовиводів, встановлення зв'язків між фактами. Такі задачі дещо перетинаються із задачами, що потребують використання законів логіки, але не є тотожними. Крім елементів логіки вони можуть також включати елементи оцінки, порівняння, стратегії, більшість з них не мають чіткого шаблону при розв'язанні.

Приклад 7. [14, с. 76]

У коробці є 7 карток з написаними на них числами від 1 до 7 (одне число на картці). Перший мудрець навмання бере 3 картки з коробки, а другий 2 (2 картки залишилось у коробці). Перший мудрець, дивлячись на свої картки, каже другому: “Я точно знаю, що сума чисел на твоїх картках парна”. Чому дорівнює сума чисел, записаних на картках першого мудреця?

Наступні дві задачі в англомовній літературі відомі під назвою «The muddy-children puzzle» та «The wise-men puzzle». Наведемо їх умови в перекладі.

Приклад 8. [23, с. 90]

Маємо наступну історію: уявіть  $n$  дітей, які грають разом. Декілька з них, наприклад  $k$ , забруднили свої обличчя. Кожен з них може бачити бруд на обличчях інших, але не на своєму обличчі. До них підходить батько та каже: «Принаймні один з вас має забруднене обличчя». Таким чином він каже факт відомий всім, якщо  $k > 1$ . Ділі батько задає наступне запитання знову і знову: «Чи може хтось з вас сказати, чи має він бруд на своєму обличчі?». Припускаючи, що всі діти є спостережливими, розумними та правдивими та вони відповідають одночасно, що буде відбуватись?

Приклад 9. [24, с. 332]

Маємо трьох мудреців та п'ять капелюхів, з яких три червоні та два білі. Король одягає капелюх кожному з них таким чином, щоб вони не могли бачити свій власний капелюх, та питає кожного з них по черзі, чи можуть вони сказати, якого кольору їх капелюх. Припустимо, що перший сказав, що він не знає, після цього другий також сказав, що не знає. В цьому випадку третій мудрець може сказати, якого кольору його капелюх. Якого кольору його капелюх та як він здогадався?

Як різновид задач на міркування пропонуємо такі задачі:

Щоб отримати доступ до даних, хакер повинен ввести правильний чотирицифровий пароль. Хакер знає, що правильне чотирилітерне слово WORD є кодовим ключем, кожна літера якого відповідає одній цифрі паролю (від 0 до 9) на своїй позиції. Збереглися такі варіанти слів та кодів (але не зазначено, яке слово до якого коду належить). Знайдіть, яке слово відповідає якому коду, і допоможіть хакеру визначити правильний код для слова WORD. Слова: MARS, FRAW, HAND, SNOW. Коди: 1829, 3207, 4059, 6284.

Запропонуйте учням самостійно скласти відповідності між іншими словами та числовими кодами так, щоб у результаті можна було однозначно встановити правильні відповідники.

На основі «The muddy-children puzzle» пропонуємо створювати різні умови, в залежності від загальної кількості дітей ( $n$ ) та кількості забруднених облич ( $k$ ). Починати радимо з ситуації трьох дітей ( $n = 3$ ), в кожного з яких обличчя забруднене ( $k = 3$ ).

Задачі на встановлення відповідності.

Задачі на становлення відповідності можна ще класифікувати як атрибутивні задачі. Зміст таких задач полягає в необхідності поставити у відповідність заданим об'єктам задані ознаки за умови, що кожному об'єкту відповідає тільки одна ознака та задано набір фактів, які, як правило, в неявній формі, вказують на те, які з ознак об'єкт не може мати або на те, яку ознаку він має.

В якості модифікацій розглядаються задачі, в яких кожен об'єкт має рівно дві з наведених ознак. Також поширеним різновидом є задачі, в яких кожному об'єкту ставиться у відповідність по одній ознаці з декількох груп ознак. Найвідомішим прикладом такої задачі можна вважати «задачу Ейнштейна», яка була видана в журналі «Life International» 17 грудня 1962 року і вважається зразком для задач на відповідність. В задачі Ейнштейна треба обрати по одній ознаці з п'яти різних груп.

При розв'язанні задач такого типу зручно вносити умови та додаткові міркування в таблицю, в якій об'єкти розташовано в рядках, а ознаки – в стовпчиках. Якщо об'єкт не може мати деяку ознаку, то на перетині відповідного рядка та стовпчика ставиться негативна помітка (наприклад, знак «мінус»), а якщо точно встановлено, що об'єкт має певну ознаку, то на перетині таких рядка та стовпця ставиться позитивна помітка (наприклад, знак «плюс»). Перевага такого способу відображення інформації полягає (за умови, що кожен об'єкт має одну ознаку) в тому, що кожен рядок та кожен стовпчик повинен містити рівно одну позитивну позначку, що дозволяє заповнювати таблицю автоматично при досягненні необхідної кількості негативних позначок.

Приклад 10. [15, 2017/2018 н.р., 6 клас]

Про п'ятьох друзів Андрія, Богдана, Василя, Григорія і Данила відомо, що: Андрій вищий за Богдана, але нижчий за Василя; Григорій вищий за Данила, але нижчий за Андрія. Хто з друзів є найвищий?

Приклад 11. [15, 2017/2018 н.р., 6 клас]

П'ятеро друзів Антон, Богдан, Василь, Григорій і Денис живуть у п'ятьох різних містах України: Львові, Києві, Чернівцях, Чернігові і Черкасах. Антон і Богдан не живуть у містах, що починаються на літеру «Ч», а Антон і Василь не живуть у столиці України. В якому місті живе Богдан?

Приклад 12. [15, 2023/2024 н.р., рівень Кадет]

Фруктова миска містить п'ять видів фруктів: яблука, виноград, вишні, полуницю і банани. Ел любить яблука. Боку подобаються яблука, вишні, полуниця і банани. Сем любить виноград, вишні, полуницю і банани. Дон любить яблука, виноград і вишні. Єві подобаються яблука і вишні. Фрукти поділили між дітьми таким чином, що кожен отримав один вид фруктів і кожен отримав фрукти, які йому подобаються. Хто отримав вишні?

Наведемо декілька прикладів власних задач на відповідність та кроки залучення учнів до створення таких задач.

На вулиці стоять п'ять будинків – червоний, синій, зелений, жовтий і білий. Відомо, що синій будинок стоїть праворуч червоного, але ліворуч білого, зелений будинок не розташований з краю, жовтий будинок знаходиться безпосередньо між зеленим і червоним, а білий стоїть на одному з країв. У якому порядку стоять будинки зліва направо?

Чотири друга – Артем, Богдан, Катерина та Ліля – вирішили провести вихідні, кожен обрав інший вид відпочинку: похід у гори, велосипедна прогулянка, відвідування

музею, поїздка на річку. Кожен узяв із собою різну річ: фотоапарат, термос, карту або книгу. Відомо, що:

Богдан не брав із собою ні карти, ні термоса.

Людина, яка поїхала на річку, мала фотоапарат.

Катерина ходила в гори.

Артем мав із собою книгу.

Людина з картою вирушила на велосипедну прогулянку.

Питання: Хто куди пішов і що взяв із собою?

Як творчу вправу можна запропонувати учням самостійно створити задачу, розпочавши зі складання таблиці на обрану кількість об'єктів та ознак, що містить необхідну для автоматичного заповнення кількість негативних позначок, а потім попросити вигадати сюжет, в якому кожна з зазначених негативних позначок буде зашифрована деякою умовою.

Математичні ігри та задачі на стратегію.

У задачах, що моделюють математичні ігри, зазвичай розглядається гра з двома або кількома гравцями, які виконують ходи по черзі. При розв'язанні таких задач потрібно визначити, який із гравців має виграшну стратегію, тобто послідовність дій, що гарантує перемогу незалежно від дій суперника чи суперників. Наведемо приклади подібних задач, які доцільно розглядати на уроках математики для розвитку логіко-аналітичного мислення учнів та уміння застосовувати нестандартні підходи до розв'язання задач.

Приклад 13. [25, с. 173]

Двоє гравців по черзі виймають із двох ящиків кулі. За один хід кожен гравець може брати з будь-якого (тільки одного) ящика довільну кількість куль. Виграє той, що бере останнім. Як має грати той гравець, що починає, щоб виграти, якщо в першому ящику 73 кулі, а в другому – 118 куль?

Дана задача є одним із варіантів гри Нім, в якій два гравці беруть по черзі предмети, які розкладені на дві купи. Для урізноманітнення та розвитку в школярів навичок дослідницької діяльності їм можна запропонувати також такі варіанти даної задачі:

1) Розглянемо таку ж гру, але ящиків не два, а три або більше. Запитання до учнів: чи існує у цьому випадку виграшна стратегія, якщо за один хід можна брати кулі тільки з одного ящика.

2) Розглядається гра Нім, але за один хід можна брати обмежену кількість куль, наприклад, не більше трьох, або тільки парну або непарну кількість куль. Необхідно дослідити, як це змінює стратегію гри.

3) Знайти інформацію в науковій літературі про Нім-суми, розглянути такі суми до сформульованих вище задач.

4) Запропонувати учням поміркувати, як зміниться стратегія у випадку збільшення кількості гравців.

Наступна типова задача на виграшні позиції, стратегічне мислення та моделювання – так звана гра Баше.

Приклад 14. [25, с. 174]

У коробці знаходиться 60 сірників. За один хід можна взяти будь-яку кількість від 1 до 5 сірників. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто з гравців (перший чи другий) може забезпечити собі виграш?

В контексті дослідницької діяльності учнів пропонуємо такі варіації даної задачі:

1) Спочатку можна запропонувати учням змінити кількість сірників в коробці (вона може бути не обов'язково кратною 6). Далі можна змінити умови ходів, наприклад, перший гравець може брати тільки непарні кількості від 1 до 5 сірників, а другий – лише парні кількості від 2 до 6 сірників. Чи буде існувати в цьому випадку виграшна стратегія, якщо так, то яка?

2) Розглянути узагальнену гру Баше: в коробці знаходиться  $M$  сірників, за один хід дозволено брати від 1 до  $k$  ( $k < M$ ) сірників. Вказати виграшну стратегію.

3) Розглянути гру Баше за умови гри трьох гравців.

Більше задач-ігор можна знайти, наприклад, за посиланням [26].

Реальні проблеми, наближені до життя.

Якщо говорити про задачі, то практично будь-яка задача прикладного змісту є такою, що моделює реальні життєві ситуації. Для її розв'язання учень має зіставити описану в задачі ситуацію з відповідними теоретичними знаннями та практичними навичками пошуку шляхів її розв'язку. Низку подібних задач було запропоновано до розгляду в наших попередніх публікаціях, присвячених задачам практичного змісту [27; 28]. У цій же статті акцент зроблено на нестандартних задачах, які активізують дослідницьку діяльність учнів, сприяють розвитку їхнього творчого потенціалу та нестандартного мислення. Нижче подано приклад реалізації такого підходу у форматі дослідницького мініпроєкту.

Мініпроєкт «Збережи забуте світло». Скільки грошей зекономить родина, якщо буде вимикати світло у кімнаті, де нікого немає, впродовж місяця?

Можливі розширення даного мініпроєкту:

1. Дослідити скільки зекономить родина, якщо у будинку замінити звичайні лампи на LED.
2. Дослідити економічну вигоду родини, якщо використовувати для кип'ятіння води замість електричного чайника звичайний та гріти воду на газовій плиті.
3. Запропонуйте учням самостійно визначити, якими способами можна ще зекономити сімейний бюджет та важливі ресурси нашої країни.
4. Наступне питання, яке виникає: як впроваджувати нестандартні задачі на уроці? Дамо декілька рекомендацій.
5. Починайте з малого. Вводьте одну-дві такі задачі на уроці як "розминку" або як бонусне завдання.
6. Залучайте учнів до створення своїх задач. Це вчить мислити, формулювати й аналізувати.
7. Обговорюйте різні способи розв'язання. Один і той самий результат – але різні підходи: це дуже цінно!
8. Використовуйте міжпредметні зв'язки. Наприклад, задачі, пов'язані з фізикою, географією, економікою.
9. Застосовуйте сучасні технології. Використовуйте онлайн-ігри, інтерактивні ресурси (GeoGebra, Desmos, Plickers тощо).

Залучення нестандартних задач до дослідницької роботи має низку переваг. Вони розвивають творче мислення, оскільки учні вчать мислити гнучко, досліджують неочевидні зв'язки між об'єктами. Учні навчаються бачити проблему під різними кутами, шукати нові шляхи, порівнювати варіанти. Крім того, розв'язання нестандартних задач призводить до формування дослідницьких навичок, оскільки часто не мають готового алгоритму, що наближує їх до реальних дослідницьких проблем. Це мотивує до поглибленого вивчення математики, забезпечує підвищення інтересу до математичних задач та створює інтелектуальний виклик. Розв'язування таких задач на заняттях дозволяє залучати до процесу учнів з різними типами інтелекту. Хтось сильний у застосуванні формул, хтось — у застосуванні законів логік, хтось — у вмінні побачити нестандартне. Такі задачі відкривають можливість для всіх. Вони спонукають учнів формулювати власні гіпотези і твердження. Учні можуть не просто розв'язати задачу, а й узагальнити її умови, дослідити межі застосування отриманих результатів.

Крім того, надзвичайно важливо навчити майбутніх вчителів математики використовувати нестандартні задачі для впровадження дослідницької діяльності

учнів. Рекомендації, надані в цій статті, впроваджені в освітній процес з підготовки здобувачів вищої освіти першого та другого рівня вищої освіти спеціальності А4.04 «Середня освіта (Математика)», що дає можливість сформувати у майбутніх наставників вміння формулювання нових проблем та навички керівництва пошуковою діяльністю учнів.

### Висновки

Нестандартні задачі відіграють важливу роль у формуванні інтелектуального потенціалу учнів, стимулюючи їх до логіко-аналітичного мислення, самостійного пошуку рішень та творчої активності. Систематичне застосування таких задач у навчальному процесі сприяє не лише глибшому засвоєнню математичних понять, а й розвитку дослідницької культури. Використання задач на міркування, з підступом, головоломки та математичних ігор дозволяє урізноманітнити навчання, зробити його цікавим і мотивувальним. Особливої ефективності можна досягти, залучаючи учнів до самостійного складання подібних задач. З огляду на це, актуальним є навчити майбутніх учителів математики методикам застосування нестандартних задач, а також формування у них компетенцій щодо ефективного керівництва дослідницькою діяльністю школярів, що охоплює вміння учнів самостійно формулювати проблеми та знаходити їхні рішення.

Перспективним є подальше вивчення впливу нестандартних задач на формування ключових компетентностей учнів та їх участь у конкурсах, олімпіадах, роботі в МАН.

### Список використаних джерел

1. Чи потрібна математика пересічній людині? *Київський міжнародний інститут соціології*. [Електронний ресурс]. URL: <https://kiis.com.ua/?lang=ukr&cat=reports&id=1327&page=1> (дата звернення: 10.08.2025).
2. Подольська Н.С. Розвиток логічного мислення молодших школярів засобами нестандартних арифметичних задач на уроках математики. *Всеосвіта. Бібліотека методичних матеріалів*. [Електронний ресурс]. URL: <https://vseosvita.ua/2-k1uo> 1 (дата звернення: 10.08.2025).
3. Лисаченко Н.А. Розвиток логічного мислення на уроках математики за допомогою нестандартних завдань. *На урок. Бібліотека*. [Електронний ресурс]. URL: <https://naurok.com.ua/rozvitok-logichnogo-mislennya-na-urokah-matematiki-za-dopomogoyu-nestandardnih-zavdan-137617.html> 1 (дата звернення: 10.08.2025).
4. Золота Н.А. Дослідницька діяльність на уроках математики, як метод STEM-освіти. *На урок. Бібліотека*. [Електронний ресурс]. URL: <https://naurok.com.ua/mayster-klas-doslidnicka-diyalnist-na-urokah-matematiki-yak-metod-stem-osviti-230580.html> (дата звернення: 10.08.2025).
5. Карлащук А.Ю. Формування дослідницьких умінь школярів у процесі розв'язування математичних задач з параметрами: автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики». Київ, 2001. 19 с. <https://enpuirb.edu.ua/server/api/core/bitstreams/060567e8-8441-4904-859c-5b3e47136b98/content>
6. Лиходієва Г.В. Формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастички. Дис. на здобуття наук. ступеня кандидата пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)». Бердянськ, 2009. 174 с. <https://enpuirb.edu.ua/server/api/core/bitstreams/e41698fd-cb94-4a7a-a660-3bc689a45f72/content>

7. Поліхун Н.І. Дистанційна підтримка дослідницької діяльності учнів: метод. рекомендації. Київ: Інститут обдарованої дитини, 2014. 87 с.  
<https://core.ac.uk/download/pdf/32309046.pdf>
8. Поліхун Н.І. Як стати дослідником: методи наукового пізнання та організація процесу досліджень: навч.-метод. Посіб. для слухачів Всеукраїнських очно-заочних профільних шкіл Малої академії наук України. Київ, 2012. 31 с.  
<https://kolosok.org.ua/wp-content/uploads/2016/11/polihun-man-metodi-naukovogo-piznannya-2013.pdf>
9. Поляков О.В. Доводимо та узагальнюємо: навч.-метод. посіб. Київ: Національний центр «Мала академія наук України», 2020. 102 с.
10. Тихенко Л., Ніколаєнко С. Розвиток творчих здібностей учнівської молоді в освітньо-виховній системі «Мала академія наук України»: навч.-метод. посіб. Суми: ВТД «Університетська книга», 2007. 120 с.
11. Семенець С.П. Задачний підхід до формування навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів. *Математика в рідній школі*. 2016. Вип. 4. С. 14–18. [https://eprints.zu.edu.ua/20943/1/Semenets\\_Zadachnyj\\_pidhid.pdf](https://eprints.zu.edu.ua/20943/1/Semenets_Zadachnyj_pidhid.pdf)
12. Семенець С.П. Концепція розвивального навчання математики: дидактична модель організації навчально-математичної діяльності учнів. *Педагогіка вищої та середньої школи*. 2016. Вип. 47. С. 118–125.  
[https://eprints.zu.edu.ua/20945/1/Semenets\\_kontseptsiya\\_rozvyvalnogo\\_navchannya.pdf](https://eprints.zu.edu.ua/20945/1/Semenets_kontseptsiya_rozvyvalnogo_navchannya.pdf)
13. Конарева С. В., Ткаченко М. Є., Трактинська В. М. Підготовка майбутніх вчителів математики до організації науково-дослідницької діяльності школярів. *Науковий вісник Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського*. 2025. Вип. 1(150). С. 97-104. <https://doi.org/10.24195/2617-6688-2025-1-14>
14. 15 років разом. Міжнародний математичний конкурс “Кенгуру”. 1997-2011 / А.С. Добосевич, М.С. Добосевич, О.М. Добосевич, Р.Є. Кокоруж, Є.Я. Панцак, О.Б. Таратула, Х.Р. Трущак. Львів: Каменярь, 2011. 376 с.
15. Архів задач. *Математичний міжнародний конкурс «Кенгуру»*. [Електронний ресурс]. URL: <https://kangaroo.com.ua/index.php?r=pages/view&alias=archive>
16. Всеукраїнський конкурс командних головоломок. Мала академія наук України під егідою ЮНЕСКО. Конкурси та олімпіади. [Електронний ресурс]. URL: <https://man.gov.ua/contests/vseukrayinskij-konkurs-komandnih-golovolomok> (дата звернення: 10.08.2025).
17. Нестандартні та олімпіадні задачі алгебри та аналізу: практикум для підготовки студентів 1-го курсу [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. Ступеня бакалавра. / уклад.: С. В. Боднарчук, М. К. Ільєнко, Т. В. Маловічко, В. В. Павленков, А. В. Сиротенко. Київ: КПІ ім. Сикорського, 2020. 183 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/39002> (дата звернення: 10.08.2025).
18. Сарана О. А., Семенець І. Л. Нестандартні геометричні задачі. Житомир: Вид-во ЖДУ, 2007. 150 с. URL: <https://eprints.zu.edu.ua/id/eprint/31884>
19. Навчання на основі головоломок: навч.-метод. посіб. / уклад.: К.В. Терлецька, К.О. Антошина; за ред. С. О. Довгого. Київ: Національний центр «Мала академія наук України», 2024. 364 с.
20. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв’язування. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2006. 208 с.
21. Юхно М. А. Математичні кросворди та ребуси: Методичні рекомендації. Луцьк : ПВД «я», 2016. 120 с. <https://naurok.com.ua/metodichka-matematichni-krosvordi-ta-rebusi-91858.html>

22. Нестандартні задачі. *Світ математики. Блог вчителя математики О.А.Кустола*. [Електронний ресурс]. URL: [https://matematikanov.blogspot.com/p/blog-page\\_8.html](https://matematikanov.blogspot.com/p/blog-page_8.html)
23. Fagin R., Halpern J. Y., Moses Y., Vardi M. Y. Common knowledge revisited. *Annals of Pure and Applied Logic*. 1999. Vol. 96 (1–3) pp. 89-105. [https://doi.org/10.1016/S0168-0072\(98\)00033-5](https://doi.org/10.1016/S0168-0072(98)00033-5)
24. Huth M., Ryan M. *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems*. Cambridge: Cambridge University Press. 2004. 432 p. ISBN 978-0-521-54310-1
25. Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч. Навч. посібн. Київ: А.С.К., 2004. 344 с.
26. Класичні дидактичні задачі-ігри. *Математичні шкільні олімпіади*. [Електронний ресурс]. URL: [https://olimpmath.blogspot.com/2014/07/blog-post\\_6689.html](https://olimpmath.blogspot.com/2014/07/blog-post_6689.html) (дата звернення: 10.08.2025).
27. Біліченко Р. О., Конарева С. В., Ткаченко М. Є., Трактинська В. М. Задачі практичного змісту як засіб якісної математичної підготовки здобувачів освіти. *Науковий вісник Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського*. 2024. Вип. 1(146), С. 49–55. <https://doi.org/10.24195/2617-6688-2024-1-7>
28. Біліченко Р. О., Конарева С. В., Ткаченко М. Є., Трактинська В. М. Вплив задач практичного змісту на формування математичної компетентності учнів. *Академічні візії*. 2025. Вип. 41. С. 1–9. <https://doi.org/10.5281/zenodo.15267777>