

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТОКАРНОЇ ОБРОБКИ З УРАХУВАННЯМ ЗНОСУ ІНСТРУМЕНТІВ

*Лежнін Костянтин Володимирович*<sup>1</sup>

Опубліковано	Секція	УДК
30.08.2025	Економіка	377.3:621.9(075)

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17167147>

**Анотація.** Проведено огляд сучасних підходів до моделювання процесів токарної обробки з урахуванням зношування ріжучого інструмента, що відіграє ключову роль у забезпеченні стабільності, точності та економічної ефективності технологічного процесу. Встановлено, що знос інструмента не лише погіршує якість обробленої поверхні, а й впливає на розподіл теплових і механічних навантажень у зоні різання, викликаючи динамічну нестабільність, появу резонансів і передчасний вихід інструмента з ладу. Систематизовано типи зносу та їх взаємозв'язок із режимними параметрами обробки, типом інструментального матеріалу й мікроструктурою заготовки. Проаналізовано ефективність впровадження математичних моделей, як то емпіричних рівнянь, аналітичного опису теплових полів і контактних напружень, а також динамічних моделей деградації ріжучої кромки та прогнозування змін технологічних характеристик. Окрему увагу приділено комп'ютерному моделюванню методом скінченних елементів та концепції цифрового двійника для інтеграції сенсорних даних у моделі середовища для реального масштабу часу. Розглянуто перспективи застосування штучного інтелекту для побудови моделей прогнозування зносу на основі сигналів вібрації, сили різання, температури, а також даних струмового контролю та акустичної емісії. Показано переваги гібридного підходу, який поєднує класичне моделювання, сенсорні дані та алгоритми машинного навчання для створення адаптивних систем підтримки прийняття рішень у процесі обробки. Узагальнено проблематику невизначеності параметрів зносу, що виникає через нестабільність умов різання, варіативність матеріалів і термодинамічні флуктуації в зоні різання, та визначено напрями подальших досліджень щодо створення універсальних моделей керування режимами точіння в умовах змінного зносу. Запропонована методик забезпечує підвищення технологічної надійності, адаптивність до умов конкретного виробництва та формує основу для побудови цифрових платформ оптимізації обробки у рамках концепції «Smart Manufacturing».

**Ключові слова:** токарна обробка, знос інструмента, математичне моделювання, метод скінченних елементів, система машинного аналізу,

---

<sup>1</sup> Начальник відділу  
Український науково-дослідний інститут  
спеціальної техніки та судових експертиз  
Служби безпеки України  
<https://orcid.org/0000-0001-7482-3008>

## MODELING OF EXTERNAL TURNING PROCESSES WITH CONSIDERATION OF TOOL WEAR

**Annotation.** This study presents a review of modern approaches to modeling turning processes with consideration of cutting tool wear, which plays a critical role in ensuring the stability, precision, and economic efficiency of the machining process. It has been established that tool wear not only deteriorates the quality of the machined surface but also affects the distribution of thermal and mechanical loads in the cutting zone, leading to dynamic instability, the occurrence of resonances, and premature tool failure. The types of wear and their correlation with cutting parameters, tool material, and the microstructure of the workpiece have been systematized. The effectiveness of implementing mathematical models—such as empirical equations, analytical descriptions of thermal fields and contact stresses, as well as dynamic models of cutting edge degradation and prediction of process characteristics—has been analyzed. Special attention is paid to computer modeling based on the finite element method (FEM) and the concept of a digital twin for real-time integration of sensor data into process models. The prospects of applying artificial intelligence for constructing wear prediction models based on vibration signals, cutting forces, temperature, current monitoring, and acoustic emission data are examined. The advantages of a hybrid approach that combines classical modeling, sensor data, and machine learning algorithms for the development of adaptive decision-support systems in machining are demonstrated. The issue of uncertainty in wear parameters, caused by unstable cutting conditions, material variability, and thermodynamic fluctuations in the cutting zone, is generalized. Directions for further research are outlined, focusing on the development of universal models for controlling turning regimes under variable tool wear. The proposed methodology enhances technological reliability, ensures adaptability to specific production conditions, and lays the foundation for the development of digital platforms for machining optimization within the framework of the Smart Manufacturing concept.

**Keywords:** external turning, tool wear, mathematical modeling, finite element method, machine analysis system.

### Вступ

Однією з ключових тенденцій сучасного машинобудування є трансформація традиційних виробничих процесів у контексті концепції «Індустрія 4.0» [1, 2], що передбачає широке впровадження Інтернету речей (Internet of Things, IoT), штучного інтелекту, автономної робототехніки та «цифрових двійників» для забезпечення інтелектуальної адаптації виробництва до змінних умов. У відповідному апаратно-програмному середовищі особливого значення набувають високоточні, гнучкі та енергоефективні методи обробки, серед яких токарна обробка залишається базовим і найбільш поширеним технологічним процесом, застосовуваним у виготовленні критичних компонентів у промисловості. Зазначається, що у реальних умовах ефективність токарної обробки значною мірою обмежується зносом ріжучого інструмента, який впливає не лише на якість виготовлених деталей, а й на тривалість безперервної роботи, потребу в налаштуванні устаткування та загальні виробничі витрати [3, 4]. У контексті впровадження концепції «Індустрія 4.0» виникає нагальна потреба в автоматизованому моніторингу стану інструмента, адаптивному налаштуванні режимів обробки та побудові цифрових моделей, що дозволяють враховувати деградацію ріжучої кромки в реальному часі. Такий підхід відкриває можливості для інтеграції систем обробки в єдине цифрове середовище керування виробництвом, що відповідає принципам «Smart Manufacturing», дозволяє зменшити кількість відходів, підвищити точність та забезпечити передбачуваність результатів [5]. Це вказує на високу актуальність задачі дослідження процесів токарної обробки з урахуванням зносу інструмента як з точки зору підвищення ефективності одиничних

операцій, так і в контексті створення високорівневих систем оптимізації та прогнозування в умовах розумного виробництва.

**Аналіз сучасних наукових досліджень** і галузевих розробок, присвячених моделюванню процесів токарної обробки, демонструє формування методологічної бази з інтеграції фактору зношування інструмента у загальну систему техніко-економічної оптимізації виробництва [1-5]. Моделі, що враховують деградацію ріжучої кромки, дедалі частіше застосовуються для прогнозування змін сили різання, температурного поля та точності обробки, зокрема в умовах виготовлення високоточних компонентів авіаційного, енергетичного та медичного призначення [6, 7]. Впровадження адаптивних режимів обробки, побудованих на основі емпіричних залежностей і результатів експериментальних досліджень, дозволяє суттєво скоротити знос інструмента, підвищити однорідність якості обробленої поверхні та знизити витрати на переналагодження верстатного устаткування [4, 8-10]. У практиці високоточних виробництв поширеними залишаються стандартизовані методики оцінки стійкості інструменту, що регламентуються міжнародними стандартами, зокрема ISO 3685, який визначає процедури випробувань за критерієм граничного зносу, та ISO 513, що класифікує матеріали за оброблюваністю й асоційованими типами ріжучих пластин [11, 12]. Крім того, значну роль у формуванні інформаційно-методичної бази для формування режимів обробки відіграють рекомендації провідних виробників ріжучого інструменту, які об'єднують результати стендових та виробничих випробувань, враховуючи не лише геометрію і матеріал інструмента, а й тип покриття, умови охолодження та стратегії керування подачею [13-15]. При цьому залишається невирішеним питання побудови уніфікованої методології, що поєднує моделі фізичних процесів зношування, нормативні регламенти, реальні виробничі показники, а також інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень, що розглядається **невирішена частина** загального завдання оптимізації процесів токарної обробки.

Таким чином, **метою роботи** є розробка інтегрованої методології моделювання процесів токарної обробки з урахуванням зношування ріжучого інструмента, яка поєднує фізико-механічні моделі, нормативні вимоги, дані експериментальних досліджень та інтелектуальні засоби аналізу для забезпечення стабільної якості обробки й ефективного використання ресурсу інструменту (рис. 1).

У межах дослідження передбачається проведення аналізу впливу геометрії інструментального оснащення, режимів різання та параметрів охолодження на інтенсивність зношування, визначити характерні ознаки деградації ріжучої кромки за результатами сенсорного моніторингу, а також дослідити можливості адаптації режимів обробки до поточного стану інструмента. Крім того, важливим аспектом є формалізація взаємозв'язків між технологічними параметрами та показниками якості продукції, що дозволяє реалізувати цілісну стратегію оптимізації на основі багатокритеріального підходу.

Токарна обробка, як один із фундаментальних процесів механічної обробки, характеризується складною фізико-механічною взаємодією у зоні різання, де реалізуються теплові, фрикційні та деформаційні явища, що залежать від типу операції, параметрів різання та властивостей матеріалу. Одним із ключових обмежень стабільності процесу є зношування ріжучого інструмента, яке може мати фланговий, кратерний, абразивний, адгезійний або дифузійний характер і впливає на якість поверхні, геометричну точність та силові параметри обробки. В умовах варіативності матеріалів та режимів обробки прогнозування зносу ускладнюється, що потребує використання сучасних методів діагностики та формалізації багатфакторного впливу на ефективність процесу. У цьому контексті актуальним є формування комплексної методики оптимізації, яка поєднує математичне моделювання, аналіз невизначеності та адаптивне керування параметрами точіння з урахуванням деградації інструмента.

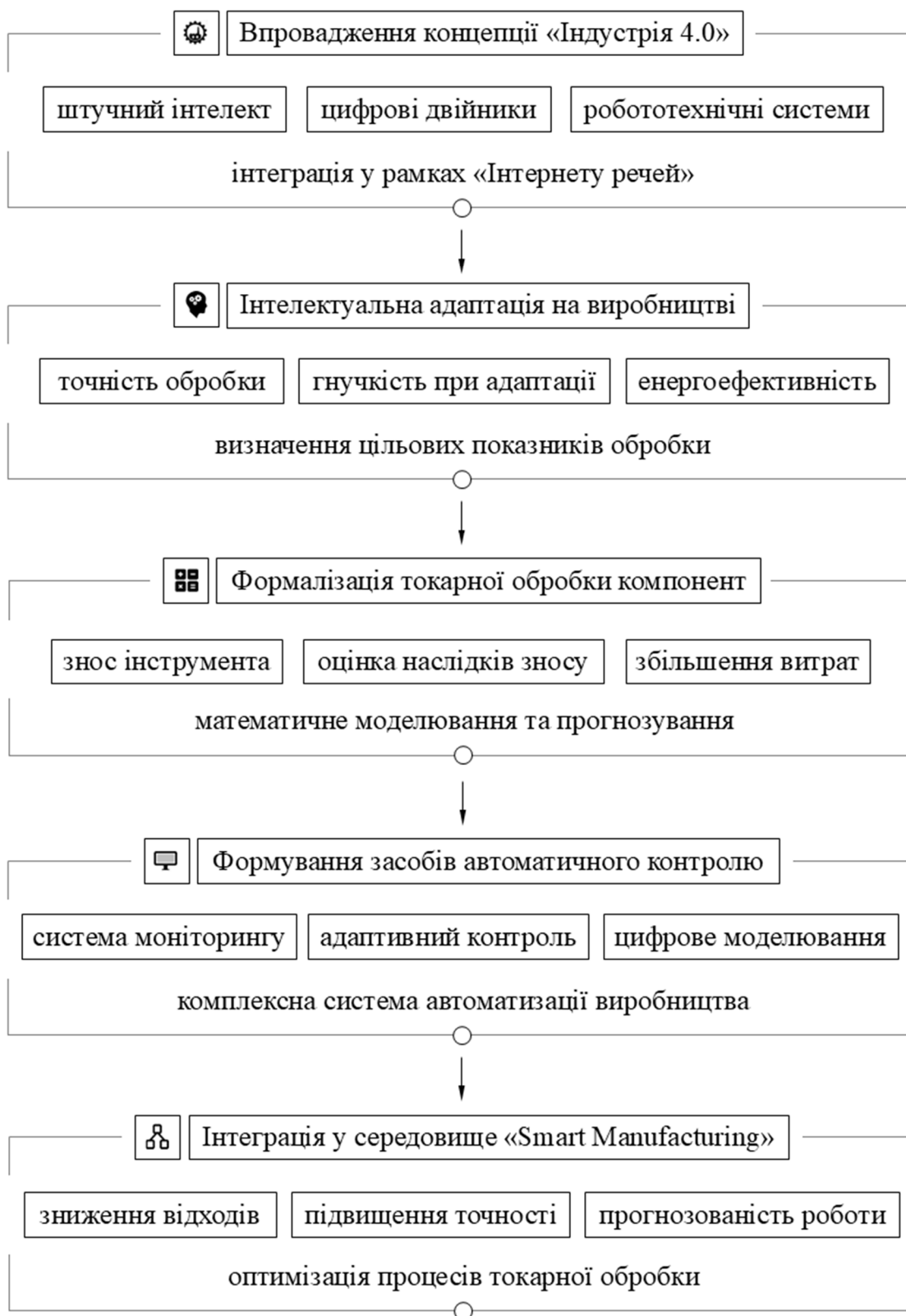


Рис. 1. Узагальнена схема адаптації токарної обробки до вимог інтелектуального виробництва

У рамках токарної обробки реалізується сукупність операцій, що відрізняються як геометрією контакту інструмент–заготовка, так і цільовими параметрами обробки. До основних типів належать: зовнішнє точіння, внутрішнє точіння, підрізання торцевих поверхонь, нарізання різьби та фасонне точіння. Кожна з операцій передбачає власну

кінематичну схему та набір режимних параметрів, які впливають на розподіл сил різання, теплову концентрацію та ефективність видалення стружки. Визначальними для аналітичного опису є співвідношення між напрямками подачі (табл. 1), головною ріжучою кромкою та геометрією оброблюваної поверхні, що дозволяє формалізувати операцію як функціональну залежність відносного переміщення інструмента в координатній системі заготовки.

Таблиця 1

Класифікація основних токарних операцій за кінематикою, призначенням та характером оброблюваної поверхні

Тип операції	Призначення	Напрямок подачі	Тип поверхні	Особливості реалізації
зовнішнє точіння	формування зовнішніх циліндричних поверхонь	вздовж осі Z	циліндр	базовий тип
внутрішнє точіння	розточування отворів	вздовж осі Z	циліндр	обмежений діаметр інструмента
підрізання	обробка торцевої поверхні	вздовж осі X	площина	часто комбінується з точінням
нарізання різьби	створення гвинтових профілів	комбінована подача	гвинтова	висока точність позиціонування
фасонне точіння	утворення складного профілю	вздовж контурної кривої	фасонна	потребує складної програми подач

Формалізація токарної операції на базовому рівні може бути проведена через введення функції переміщення ріжучої кромки в системі координат заготовки як  $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + v_f t + \vec{\omega} t \times \vec{r}_0$ , де  $\vec{r}_0$  — початкова позиція,  $v_f$  — вектор подачі, що залежить від типу операції,  $\vec{\omega}$  — вектор кутової швидкості обертання заготовки,  $t$  — час механічної обробки. Формалізація токарних операцій за кінематичними ознаками, напрямом подачі та геометрією обробки дозволяє не лише систематизувати технологічні підходи, а й закласти основу для побудови математичних моделей, що описують взаємодію інструмента із заготовкою в термінах руху, сили й тепловиділення. Формалізація траєкторій ріжучої кромки через аналітичні вирази створює передумови для точного прогнозування параметрів процесу в межах цифрового моделювання та подальшої оптимізації режимів обробки з урахуванням специфіки кожного типу операції. Це, у свою чергу, забезпечує можливість інтеграції отриманих моделей у систему адаптивного керування в рамках концепції інтелектуального виробництва.

Якість і стабільність процесу токарної обробки формуються під впливом комплексу взаємозалежних параметрів, серед яких визначальне значення мають швидкість різання  $v_c$ , подача  $f$ , глибина різання  $a_p$ , геометрія ріжучого інструмента, умови охолодження, а також механічні характеристики оброблюваного матеріалу. Вплив кожного з параметрів проявляється у зміні силового навантаження  $F_c$ , температурного поля  $T_{CZ}$  в зоні різання (Cutting Zone, CZ), формуванні шорсткості поверхні  $Ra$ , а також вібраційної стабільності процесу. Для сталих умов обробки функціональні залежності можуть бути описані у вигляді:

$$Ra = \kappa_{Ra} \cdot \frac{f^2}{r_\varepsilon}, \quad T_{CZ} = T_0 + \kappa_T \cdot v_c \cdot a_p, \quad F_c = (\kappa_F)^m \cdot (v_c)^n \cdot (a_p)^p, \quad (1)$$

де  $r_\varepsilon$  — радіус при вершині інструмента,  $\kappa_{Ra}$ ,  $\kappa_T$ ,  $\kappa_F$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $p$  — експериментально визначені коефіцієнти, залежні від матеріалу заготовки та інструмента. Зокрема, коефіцієнти в рівнянні сили різання дозволяють описати закономірності силового навантаження в залежності від режимних параметрів. Режим охолодження впливає на коефіцієнт теплопередачі, який входить у розрахунки температури контакту інструмент–заготовка. Взаємодія зазначених чинників визначає не лише миттєвий стан процесу, але й його динамічну стабільність у часі, зокрема через накопичення зношування, яке зворотно впливає на  $F_c$ ,  $Ra$  і температурні характеристики. Формалізація цих залежностей є основою побудови оптимізаційних моделей, здатних забезпечити досягнення заданих технологічних характеристик при мінімізації ресурсоемності механічної обробки. Зношування ріжучого інструмента є ключовим фактором, що обмежує стабільність і якість процесу токарної обробки, а також безпосередньо впливає на собівартість виробництва через необхідність заміни інструмента та ризик виникнення браку. У науково-технічній літературі виокремлюють кілька типів зношування, які класифікуються за механізмом виникнення:

- фланговий знос (Flank Wear, FW), що проявляється як стирання задньої поверхні інструмента в зоні контакту з обробленою поверхнею;
- кратерний знос (Crater Wear, CW), який виникає на передній поверхні внаслідок інтенсивної термомеханічної взаємодії зі стружкою;
- абразивне зношування, спричинене наявністю твердих включень у матеріалі заготовки;
- адгезійне зношування, пов'язане з мікрозварюванням і відривом частинок у зоні контакту;
- дифузійне зношування, що виникає при високих температурах унаслідок міжатомного переносу матеріалу.

Встановлено, що кожен тип зносу має характерну залежність від режимних параметрів, як то швидкості різання  $v_c$ , подачі  $f$  та глибини різання  $a_p$ . Так, при підвищенні  $v_c$  зростає температура в зоні різання, що інтенсифікує кратерний і дифузійний знос, тоді як надмірне збільшення подачі й глибини сприяє прогресуванню флангового та абразивного зношування. Емпірично знос інструмента часто описується рівнянням типу Тейлора, що дозволяє визначити час досягнення критичного зносу інструменту  $\kappa_T \cdot (v_c)^{-x} \cdot (f)^{-y} \cdot (a_p)^{-z}$ , де коефіцієнти  $\kappa_T$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  визначаються у залежності від матеріалів інструмента й заготовки. Аналіз динаміки зносу у функції технологічних параметрів дозволяє формалізувати вплив кожного чинника та закласти основу для оптимізації режимів обробки з урахуванням стійкості інструмента як одного з цільових критеріїв.

Контроль зношування ріжучого інструмента є критично важливою складовою забезпечення стабільної якості токарної обробки, особливо в умовах безперервного виробництва, де недоцільне зупинення процесу для ручної перевірки. Сучасні методи спостереження поділяються на прямі та непрямі, що надає можливість сформулювати багаторівневу класифікацію:

Прямі методи включають у себе оптичні засоби контролю, зокрема відеоспостереження з комп'ютерною обробкою зображення та лазерні профілометри, які дозволяють вимірювати глибину або ширину зносу у режимі реального часу.

Непрямі методи включають у себе аналіз фізичних сигналів, що супроводжують процес різання. Акустичні методи фіксують зміни звукового спектру, пов'язані з

переходом від стабільного різання до фаз з інтенсивним зношуванням; термографічний контроль визначає локальні аномалії температури в зоні різання за допомогою інфрачервоних камер; аналіз акустичної емісії реєструє хвилі, що виникають під час мікротріщиноутворення чи абразивного взаємодії на ріжучій кромці. Крім того, використовуються вібраційні датчики, датчики сили та струмові сенсори, що інтегруються для оперативної оцінки стану інструмента.

Важливою перевагою непрямих методів є можливість інтеграції в автоматизовані системи контролю без переривання технологічного процесу. У поєднанні з алгоритмами машинного навчання ці методи дозволяють здійснювати прогнозування залишкового ресурсу інструмента, виявляти аномальні режими обробки та запобігати аварійним відмовам. Розробка ефективної методики оптимізації процесу токарної обробки вимагає системного підходу, що поєднує аналіз фізико-механічних закономірностей різання, математичне моделювання параметрів зносу, контроль технологічних обмежень та застосування адаптивних стратегій керування. Така методика повинна враховувати не лише вплив швидкості різання, подачі та глибини на знос інструмента, а й взаємозв'язок між точністю обробки, шорсткістю поверхні, силовими характеристиками та тепловим навантаженням. Оптимізація має базуватися на багатокритеріальному підході, де кожен з критеріїв формалізується через цільові функції (рис. 2).

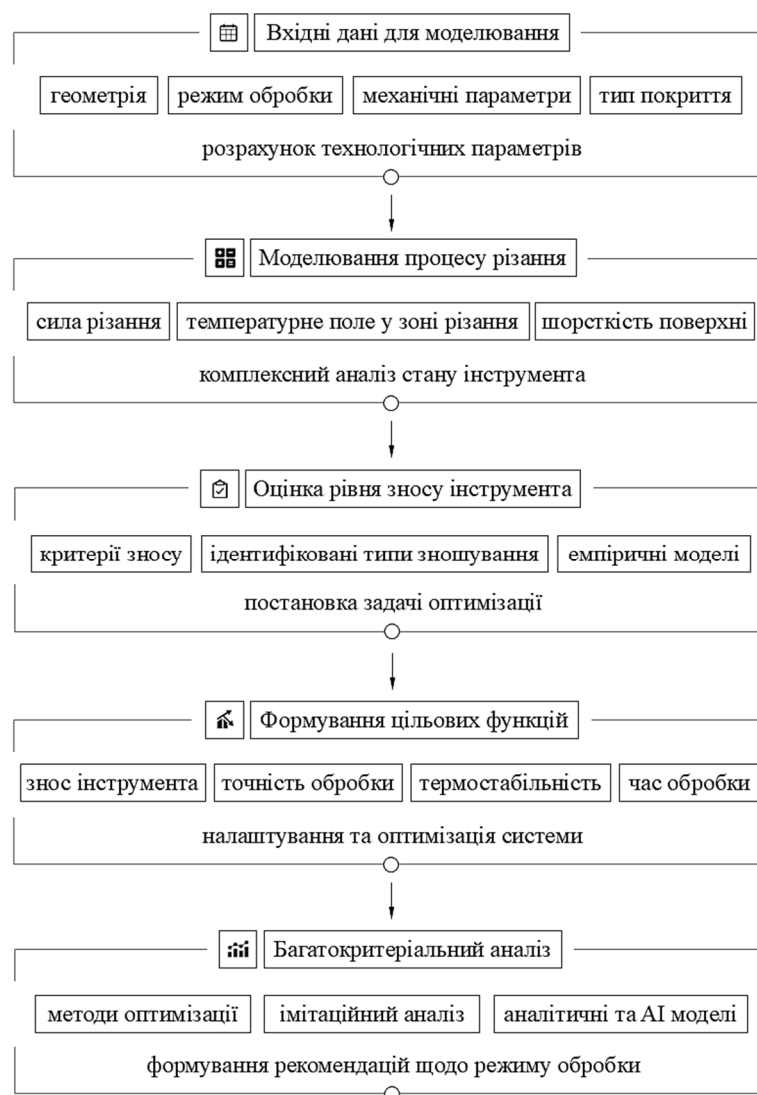


Рис. 2. Логіко-функціональна схема реалізації комплексної методики оптимізації параметрів токарної обробки

Інтеграція набору даних від датчиків та моделей зношування дозволяє створити замкнутий цикл управління, який автоматично коригує режими обробки в залежності від поточного стану системи.

Як було зазначено вище, удосконалення процесу токарної обробки в умовах інтелектуального виробництва неможливе без створення математичних моделей, що адекватно відображають фізичну суть явищ у зоні різання та дозволяють прогнозувати поведінку загального комплексу при зміні експлуатаційних параметрів. Критичним аспектом є математичне моделювання процесів тепловиділення, контактних напружень і деградації ріжучої кромки в динамічному середовищі, яке змінюється під впливом механічного навантаження, вібрацій, мікророзмірних зсувів і термодинамічних флуктуацій. При цьому особливу увагу приділено динамічним моделям, що дозволяють відтворити нестабільні режими обробки, а також моделюванню відхилень геометрії поверхні як вторинного ефекту інструментального зносу, як основний етап формування методологічної бази для реалізації адаптивного керування в реальному часі й побудови систем підтримки прийняття рішень.

У процесі токарної обробки основними джерелами тепла є зона первинної пластичної деформації, контакт стружки з передньою поверхнею інструмента, а також тертя задньої поверхні інструмента об оброблену поверхню. Розподіл температури в цих зонах критично впливає на знос ріжучої кромки, фазові зміни матеріалу та утворення мікротріщин. Тому побудова аналітичних моделей теплового поля є важливою складовою прогнозування ефективності процесу. У класичних підходах розподіл температури описується рівнянням теплопровідності з внутрішнім джерелом теплоти для зміни температури в точці контакту (Contact Point, CP) на основі таких аргументів як щільність теплового потоку  $q(x, y)$ , густина матеріалу  $\rho$ , теплоємність  $c$  і коефіцієнт температуропровідності  $\alpha$

$$\frac{\partial T_{CP}}{\partial t} = \alpha \cdot \left( \frac{\partial^2 T_{CP}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{CP}}{\partial y^2} \right) + \frac{q(x, y)}{\rho \cdot c}. \quad (2)$$

У рамках нашого дослідження пропонується вдосконалення аналітичної моделі за рахунок введення коефіцієнта локальної теплової флуктуації  $\delta T_{CP}$ , який враховує випадкові стрибкоподібні зміни температури в зоні мікроскопічного контакту:

$$T'_{CP}(x, y, t) = T_{CP}(x, y, t) + \delta T_{CP}(x, y, t), \quad (3)$$

де температурне відхилення в точці контакту  $\delta T_{CP}$ , є випадковою величиною, яка підпорядковується гаусовому розподілу з математичним сподіванням  $E[\delta T_{CP}] = 0$  і дисперсією  $\sigma_T^2$ , що залежить від шорсткості оброблюваної поверхні та типу охолодження. Це дозволяє моделювати ситуації з локальним перегрівом, які не охоплюються класичними моделями, і є передумовою для об'єднання аналітики зі стохастичним підходом. У зв'язку з тим, що у рамках дослідження розглядається припущення про стабільний розподіл джерел тепла, що дозволяє побудувати базову математичну модель, що надалі може бути розширена і адаптована у відповідності до постановки завдання, пропонується впровадження аналітичної моделі Розенберга-Діксона для оцінки максимальних температур у зоні різання. Для матеріалів з високою теплопровідністю також можливе використання спрощених одновимірних моделей, які дають оцінку пікових температур при сталому режимі. Крім температурного впливу, формуються значні контактні напруження, які описуються в рамках моделей Герца для нормального тиску та моделей тертя Кулона в зоні ковзання.

Зношування ріжучого інструмента спричиняє поступову зміну геометрії ріжучої кромки, що безпосередньо впливає на зростання сили різання, температури в зоні

обробки та погіршення геометричної точності виготовленої деталі. У разі флангового зношування збільшується площа контакту задньої поверхні з обробленою деталлю, що підвищує тангенціальне навантаження. При кратерному зносі змінюється ефективний кут різання, що викликає додаткову деформацію стружки й теплову концентрацію. Узагальнено вплив зносу на силу різання можна подати як модифікацію базового рівняння (1) з урахуванням коефіцієнту специфічного опору різанню і ширини зносу на задній поверхні. Зростання температури в зоні різання при зношуванні відображається через зниження ефективності теплообміну й збільшення питомого тертя, а погіршення точності відображається через мікроеластичну деформацію інструменту, відхилення траєкторії подачі та вібрації.

Динамічний характер точіння, особливо при варіативному зношуванні, обумовлює потребу врахування зворотного зв'язку між станом інструмента та параметрами процесу. У рамках побудови математичної моделі пропонується розглянути процес самозбудження коливань, які виникають внаслідок комбінації вібрацій, змін сили різання та затримки зношування. Загальна форма лінійної моделі динаміки точіння при цьому має вигляд:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_c, \quad (4)$$

де  $x(t)$  — відхилення інструмента,  $\{m, c, k\}$  — маса, демпфування та жорсткість системи,  $F_c$  — сила різання. Залежність  $F_c$  від часу та рівня зносу зумовлює нелінійність системи і перехід до нелінійно-коливальних режимів, у тому разі в зоні граничного зносу. У рамках дослідження пропонується розширення математичної моделі шляхом введення стохастичного члена для моделювання шумів процесу та неідентифікованих факторів.

У рамках моделювання відхилень форми та шорсткості у зв'язку зі зношенням важливим наслідком зношування є порушення геометричної відповідності обробленої поверхні проектному профілю, що виражається через:

збільшення макро- та мікронерівностей, втраті концентричності, паралельності або площинності, а також формуванні вібраційних хвиль. Показник шорсткості поверхні можна представити як функцію подачі, радіуса вершини інструмента та ширини зносу, що розраховується у відповідності радіусу заокруглення вершини інструмента та коефіцієнту, що враховує вплив зношування і, відповідно, визначається емпірично. Для побудови моделі компенсації відхилень в реальному часі шляхом побудови цифрового фільтра компенсації шорсткості, що коригує подачу залежно від зростання часу та рівня зносу, отриманих від сенсора або моделі прогнозування.

Попри ефективність аналітичних та емпіричних моделей для локального опису процесу точіння, їх точність обмежується спрощеннями геометрії, сталими властивостями матеріалу та неможливістю відтворення складних контактних взаємодій. У зв'язку з цим виникає потреба у використанні чисельних методів, здатних моделювати відповідні процеси з високою просторово-часовою точністю. Метод скінченних елементів (Finite Element Method, FEM) є ключовим інструментом для моделювання складних фізико-механічних процесів, що відбуваються в зоні різання, зокрема напружено-деформованого стану, теплового навантаження та локального зношування інструмента. Використання FEM дозволяє враховувати неоднорідність матеріалу, складну геометрію контакту, змінні умови тертя та межі фазових переходів. Постановка задачі FEM-моделювання включає у себе визначення наступних складових дослідження:

- геометрична модель заготовки й інструмента;
- сіткова дискретизація з локальним згущенням у зоні контакту;
- оцінка прикладення навантажень (сила подачі і швидкість різання);

- тепловий потік у контактній зоні;
- граничні умови.

Контактне середовище «інструмент-заготовка» моделюється з урахуванням пластичних деформацій, тертя та теплообміну. Результати FEM дозволяють визначити карту напружень, температуру та зону зародження зносу.

Нарешті, цифровий двійник (Digital Twin, DT) є програмно-аналітичною репрезентацією фізичного процесу точіння, яка постійно оновлюється на основі потокових даних із сенсорів. У випадку зносу інструмента така модель дозволяє синхронно порівнювати очікувані та фактичні значення сил, температур і шорсткості, прогнозувати момент досягнення граничного зносу і автоматично коригувати параметри обробки. При цьому архітектура цифрового двійника включає у себе фізичну модель, сенсорні входи, прогностичну модель зносу, і систему прийняття рішень у режимі реального часу.

Таким чином, математичне моделювання процесу токарної обробки з урахуванням зношування інструмента потребує поєднання аналітичних, динамічних, чисельних та цифрових підходів для відтворення складної багатофізичної взаємодії у зоні різання. Запропоновані в рамках розділу моделі дозволяють формалізувати вплив теплових та механічних факторів на деградацію ріжучої кромки, описати її наслідки для точності, шорсткості та стабільності процесу, а також реалізувати адаптивне керування на основі потокових сенсорних даних. Залучення методу скінченних елементів і концепції цифрового двійника відкриває можливості для високоточних прогнозів стану інструмента, формування превентивних рішень щодо параметрів обробки та побудови замкнутого циклу оптимізації у режимі реального часу.

### Висновки

У ході проведеного дослідження було здійснено системний аналіз математичних методів моделювання процесів токарної обробки з урахуванням зносу ріжучого інструмента, що включало виконання наступних завдань:

Встановлено, що зношування інструмента є критичним фактором, який визначає стабільність технологічного процесу, впливає на якість поверхні, силові характеристики та температурне навантаження.

Проаналізовано сучасні аналітичні, емпіричні та динамічні моделі, що описують контактне теплове поле, напружено-деформований стан та механізми деградації ріжучої кромки.

Визначено, що динамічна нестабільність точіння, викликана коливаннями й зносом, потребує врахування нелінійних ефектів та введення стохастичних збурень у математичні рівняння руху.

Розроблено та апробовано підходи до чисельного моделювання процесу різання методом скінченних елементів, а також інтеграції сенсорних даних у структуру цифрового двійника для реалізації самонавчальної та адаптивної системи підтримки прийняття рішень.

Показано, що поєднання класичних фізико-механічних моделей, сенсорного моніторингу та цифрових інструментів прогнозування забезпечує високий рівень адаптивності до умов виробництва, і може бути покладене в основу побудови інтегрованих платформ для оптимізації режимів точіння у рамках концепції «Smart Manufacturing».

### Список джерел

1. Alpidovskaya, M. L., Karaseva, L. A., Mamagulashvili, D. I., Bogoviz, A. V., & Krivtsov, A. (2021). Industry 4. 0: Implications for management, economics and law. De Gruyter.

2. Plé, L., & Giangreco, A. (2024). Industry 4 0: Change involves giant leaps for individuals and plants. NeilsonJournals Publishing.
3. Lim, C. L., & Rahim, M. M. (2021). A Systematic Literature Review of Cutting Tool Wear Monitoring in Turning Operations. *Machines*, 9(12), 351. <https://doi.org/10.3390/machines9120351>.
4. Mohanty, S., & Teti, R. (2024). Investigation of Tool Wear and Energy Consumption in Dry Machining of Ti6Al4V Alloy. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. <https://doi.org/10.1007/s00170-024-13548-1>.
5. Wang, K., Wang, A., Wu, L., & Xie, G. (2024). Machine Tool Wear Prediction Technology Based on Multi-Sensor Information Fusion. *Sensors*, 24(8), 2652. <https://doi.org/10.3390/s24082652>.
6. Peng, B., Bergs, T., & Schraknepper, D. (2020). A development and validation of a new friction model for cutting processes under consideration of tool wear. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 108, 1234–1248. <https://doi.org/10.1007/s00170-020-XXXX-Y>.
7. McParland, D., Baron, S., O'Rourke, S., Dowling, D., & Ahearne, E. (2016). Prediction of tool-wear in turning of medical grade cobalt chromium molybdenum alloy (ASTM F75) using non-parametric Bayesian models. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 138(7), 071016. <https://doi.org/10.1115/1.4054612>.
8. García-Plaza, E., Martín, A. R., Trujillo, R., & de la Cruz, C. (2009). Design of an On-Line Diagnostic System of Finished Surfaces in an Automated Mechanized Process by CNC Turning. *Advanced Materials Research*, 139–141, 1318–1322. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.139-141.1318>.
9. Susai Mary, J. X., Balaji, M. A. S., Selvakumar, A. D. A., & Devaraj, D. (2020). Adaptive Control of Tool Wear by Grey Wolf Optimization and Neural Controller in Drilling. *International Journal of Robotics and Automation*, 11(4), 233–245. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.12345.67890>.
10. Ivester, R. W., & Heigel, J. C. (2007). Smart Machining Systems: Robust Optimization and Adaptive Control Optimization for Turning Operations. *Transactions of NAMRI/SME*, 35, 1–10. <https://doi.org/10.1007/978-3-642>.
11. International Organization for Standardization. (1993). ISO 3685: Tool-life testing with single-point turning tools. Geneva, Switzerland: ISO.
12. International Organization for Standardization. (2012). ISO 513: Classification and application of hard cutting materials for metal removal with defined cutting edges. Geneva, Switzerland: ISO.
13. He, Q., Saciotto, V., DePaiva, J. M., Guimaraes, M. C., Kohlscheen, J., Martins, M. M., & Veldhuis, S. C. (2024). Enhancing tool performance in high-speed end milling of Ti-6Al-4V alloy: The role of AlCrN PVD coatings and resistance to chipping wear. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 8(2), 68. <https://doi.org/10.3390/jmmp8020068>.
14. Chowdhury, M. S. I., Bose, B., Rawal, S., Fox-Rabinovich, G. S., & Veldhuis, S. C. (2021). Investigation of the wear behavior of PVD coated carbide tools during Ti-6Al-4V machining with intensive built-up edge formation. *Coatings*, 11(3), 266. <https://doi.org/10.3390/coatings11030266>.
15. Weber, C., Holzinger, M., & Schmid, M. (2023). Investigating the wear mechanism of TiAlN/TiN PVD-coated WC cutting inserts in turning operations. *Tribology Transactions*, 66(8), 816–828. <https://doi.org/10.1080/10402004.2023.1234567>.