

Вплив задач практичного змісту на формування математичної компетентності учнів

*Біліченко Роман Олегович¹, Конарева Світлана Вікторівна²,
Ткаченко Марина Євгенівна³, Трактинська Вікторія Миколаївна⁴*

Опубліковано	Секція	УДК
30.03.2025	Освіта/Педагогіка	373.5.016:51

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15267777>

Анотація. В публікації розглянуто проблему низького рівня компетенції здобувачів середньої освіти у розв'язанні математичних задач прикладного змісту, зокрема у контексті підготовки до ЗНО/НМТ. Це зумовлює необхідність вдосконалення підходів в методиці розв'язання таких задач, оновлення форми та змісту з урахуванням сучасних сертифікаційних робіт.

Дослідження базується на методах аналізу, узагальнення та систематизації. Практична частина дослідження включає авторські прикладні задачі, використані в профорієнтаційних тестуваннях, проведених механіко-математичним факультетом ДНУ з 2018 по 2024 роки.

У статті наведено прикладні задачі, які відповідають реальним життєвим ситуаціям. Систематичне розв'язання таких задач дозволяє підвищити мотивацію учнів та розвинути в них навички математичного моделювання. Рекомендовано збільшити частку таких завдань у шкільній програмі та сертифікаційних роботах.

Ключові слова: математичне моделювання, прикладні задачі, формалізація, НМТ, компетентність, математична грамотність, STEM.

The influence of practical tasks on the formation of students' mathematical competence

Annotation. The article examines the issue of low competency levels among students in solving applied mathematical problems, particularly in the context of preparing for the External Independent Evaluation (ZNO) and the National Multi-Subject Test (NMT). An analysis of official ZNO and NMT reports over recent years, as well as PISA studies, reveals that the majority of students face difficulties at the stage of problem formalization and constructing mathematical models. This highlights the need to improve approaches in the methodology of

¹ канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0001-5940-6716>

² канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0002-0898-5583>

³ канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0002-9242-194X>

⁴ канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичного аналізу та оптимізації, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, <https://orcid.org/0000-0003-3059-5319>

solving such problems, as well as updating the form and content of educational materials to align with modern certification standards.

The research is based on methods of analysis, generalization, and systematization. The results of ZNO and NMT, psychometric characteristics of certification tests, and PISA data were analyzed. The practical part of the study includes original applied problems used in career-oriented testing conducted by the Faculty of Mechanics and Mathematics of Oles Honchar Dnipro National University from 2018 to 2024.

The article provides examples of applied problems that correspond to real-life situations, which can enhance students' motivation and develop their mathematical modeling skills.

Systematic solution of such problems in class, similar to those presented in the publication, will contribute to improving the level of mathematical literacy among students. The authors emphasize that such tasks should become an integral part of the school curriculum, as they help students better prepare for certification tests and develop their ability to apply mathematical knowledge in practice. It is recommended to increase the proportion of applied tasks in the school curriculum and certification tests to ensure a deeper understanding of mathematics and its role in the modern world.

Keywords: mathematical modeling, applied problems, formalization, NMT, competence, mathematical literacy, STEM.

Вступ

Для сучасного етапу розвитку суспільства характерним є процес математизації всіх галузей науки й виробництва. При розв'язуванні завдань на уроках математики у здобувачів освіти мають формуватися навички застосування математичних знань на практиці, у повсякденному житті. При навчанні математики слід пропонувати для розв'язання завдання саме прикладного характеру, пов'язані з іншими дисциплінами шкільного навчального плану, із технологіями і трендами сучасного життя.

У повсякденному житті люди постійно стикаються з вирішенням тих чи інших проблемних ситуацій. Здобувачам освіти найчастіше доводиться докладати багато зусиль для подолання труднощів реального життя: вони не знають з чого почати, як діяти, яку траєкторію вирішення проблеми обрати. Для того, щоб у реальному житті учні могли не пасувати перед проблемами, що постали на їхньому життєвому шляху, необхідно в шкільному курсі розбирати такі завдання, які відображатимуть реальну дійсність і які можна доволі легко розв'язати математичними методами.

З 2018 року Україна бере участь у міжнародному дослідженні якості освіти PISA (Programme for International Student Assessment), спрямованого на оцінювання здатності 15-річного учнівства застосовувати знання й уміння з читання, математики та природничо-наукових дисциплін у реальних життєвих контекстах. PISA це інструмент оцінювання якості освіти, що не вимагає запам'ятовування фактів, натомість визначає, наскільки здобувачі освіти вміють поєднувати об'єкти і сутності, робити висновки на основі даних і розв'язувати проблеми. Результати дослідження математичної грамотності у PISA-2022 показали, що 42% учнів, які брали участь у дослідженні, не досягли навіть базового рівня грамотності з математики. Для українських школярів проблематичним виявилось розв'язувати задачі, що вимагають практичного застосування математичних знань, уміння використовувати математику в особистих цілях і в суспільному житті [1].

Одним із способів вирішення наведеної проблеми в останні роки стала популяризація STEM-освіти в українських школах. У 2020 році Кабінетом Міністрів України було схвалено Концепцію розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) до 2027 року. Відповідно до концепції, STEM-освіта базується на практичному застосуванні наукових, математичних, технічних та інженерних знань для розв'язання

практичних проблем для подальшого використання цих знань і вмінь у професійній діяльності [2].

Раніше таку функцію виконували уроки з міжпредметними зв'язками, інтегровані уроки, цикли уроків з певних предметів, об'єднані однією темою. Але сучасний підхід у проведенні STEM-орієнтованих уроків не є тотожним наведеним вище прикладам. STEM-урок, в першу чергу, це урок розв'язання проблем і питань реального світу. Про сучасні світові тренди щодо міждисциплінарного підходу і інтеграції STEM-дисциплін можна ознайомитись, наприклад, у [3].

Прикладні задачі допомагають систематизувати отримані теоретичні знання та практичні вміння. Вони відіграють позитивну роль в реалізації цілей мотивації і є ефективним засобом підвищення творчої активності учнів. В основі розв'язання прикладних завдань, як правило, лежить математичне моделювання. Процес математичного моделювання складається із трьох етапів:

- 1) етап формалізації – переклад запропонованого завдання мовою математичних термінів, тобто побудова математичної моделі;
- 2) розв'язування звичайної математичної задачі;
- 3) інтерпретація отриманого розв'язку, тобто переклад отриманого математичного результату мовою, якою було сформульовано початкове завдання. На жаль, у школі, в основному, приділяється увага реалізації другого етапу математичного моделювання.

Зазвичай найбільш складним виявляється перший етап. Відповідно до Державного стандарту базової середньої освіти оцінювання результатів навчання здобувачів освіти здійснюється за групами результатів [4]. Серед груп результатів для математичної галузі перше місце посідає група із формулюванням «Досліджує ситуації та створює математичні моделі». Але тривалий час ми спостерігаємо низькі результати за цим напрямом.

Якщо проаналізувати статистику розв'язання прикладних задач ЗНО (НМТ) нашими випускниками, то ми побачимо досить сумну картину. Так, за офіційними звітами про результати ЗНО 2021 року та НМТ 2023 року [5]-[6] на доволі нескладні геометричні задачі та завдання на відсотки практичного змісту правильні відповіді давали менше 60% від загальної кількості учасників тестування. Багато учнів, насправді, навіть не намагаються розв'язувати такі задачі, оскільки не можуть виконати етап формалізації. В підручниках немає достатньої кількості завдань, які б допомогли їм набути відповідних навичок. Теоретико-методичні основи застосування математичних задач практичного змісту у реалістичних контекстах досліджувалися багатьма вченими-педагогами всього світу, зокрема це відображено у публікаціях зарубіжних [7]-[11] та вітчизняних [12]-[13] авторів.

З огляду на це метою статті є реалізація шляхів підвищення рівня практичної компетентності учнів з математики шляхом удосконалення методики навчання розв'язування задач практичного змісту в контексті підготовки до НМТ.

Результати

З 2016 року механіко-математичний факультет Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара двічі на рік проводить для майбутніх абітурієнтів пробні тестування з математики у форматі ЗНО (НМТ), на яких ми пропонуємо десяти-та одинадцятикласникам наші авторські завдання. Ці завдання обов'язково містять задачі прикладного змісту.

У цій статті ми наводимо деякі з цих задач.

Задача 1. Піцу розрізали на 12 рівних частин, з яких чотири роздали гостям. Яка частина піци залишилася?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

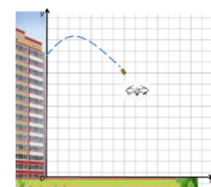
Задача 2. Ірина має трикутну систему полиць у ванній кімнаті. Загальна висота системи становить 42 см. Система має три паралельні полиці, як показано на рисунку. Знайдіть максимальну висоту (в см) пляшки шампуню, яку можна поставити вертикально на середній полиці (товщиною полиць знехтувати).



А	Б	В	Г	Д
12	14	18	21	24

Задача 3. Бабуся збиває дрон банкою огірків, траєкторія польоту якої має вигляд частини графіка функції $y = ax^2 + bx + c$, який лежить у координатній площині ОХУ, як вказано на малюнку. Вкажіть правильні нерівності.

А	Б	В	Г	Д
$a > 0$,	$a > 0$,	$a < 0$,	$a < 0$,	$a < 0$,
$b > 0$,	$b < 0$,	$b > 0$,	$b < 0$,	$b < 0$,
$c > 0$	$c > 0$	$c > 0$	$c > 0$	$c < 0$



Задача 4. У пакунку з 10 коробками сірників перерахували сірники в кожній коробці. Отримані дані наведено в таблиці.

Кількість сірників у одній коробці	36	37	39	40
Кількість коробок сірників	3	2	2	3

Знайдіть середню кількість сірників у коробці.

Задача 5. При фасуванні вівсяних пластівців у пакунки по 0,5 кг дозволено від'ємне відхилення від маси 3%. Пакунки однієї партії зі 100 од. товару зважили та результати подали у вигляді діаграми, зображеної на рисунку 1. Знайдіть середню масу (в грамах) пакунків вівсяних пластівців цієї партії.



Рис. 1.

А	Б	В	Г	Д
492	492,5	495	495,9	498,6

Задача 6. При кипінні у чайнику кожні 3 хвилини випаровуються 20 мілілітрів води. За який час (у годинах) з моменту закипання википить уся вода з чайника, якщо у ньому на час закипання було 1,8 літрів води.

А	Б	В	Г	Д
1,5	1,8	3	4	4,5

Задача 7. Скількома способами можна утворити пін-код для блокування екрану смартфона, якщо власник телефона може використати будь-яку комбінацію не більше чотирьох цифр від 0 до 9?

Задача 8. Тетяна вирішує, як організувати свій відпочинок у перший тиждень липня. Вона може або придбати одну путівку на термін з 1 по 7 липня в один із трьох санаторіїв, або оформити дві подорожі мальовничими місцями України в туристичній агенції. Туристична агенція пропонує Тетяні обрати подорожі термінами з 1 по 3 липня та з 5 по 7 липня до двох із десяти міст України. Скількома способами Тетяна може організувати свій відпочинок на цей тиждень?

Арифметична та геометрична прогресії моделюють процеси з постійним приростом або спадом. Розуміння цих закономірностей дозволяє ефективно аналізувати, прогнозувати й оптимізувати численні процеси у реальному житті. Аналіз статистичних даних розв'язання задач з моделюванням процесів зі сталою абсолютною або відносною зміною респондентами, які проходили тестування від механіко-математичного факультету ДНУ, показав, що досить низька частка (38%) учнів 10 та 11 класів змогли правильно розв'язати дані задачі.

Задача 9. Микита займається спортивною ходьбою. Першого тижня він подолав 10 км. Кожного наступного тижня він збільшує дистанцію на 500 м. Знайдіть, яку відстань (в км) подолає Микита 20-го тижня.

А	Б	В	Г	Д
40	39,5	20	19,5	19

Задача 10. Петро започаткував челендж «Почни день з патріотичних подарунків». Для цього він виготовив два жовто-блакитні браслети і подарував їх двом своїм друзям. Умови челенджу: кожний, хто отримав подарунок, має у цей день виготовити такі самі два браслети і наступного дня о 9-й ранку подарувати їх двом своїм друзям. 1) Знайдіть кількість подарованих браслетів у ході челенджу протягом тижня, вважаючи день, у який Петро подарував свої браслети, за перший. 2) Вкажіть порядковий номер дня, коли кількість подарованих у цей день браслетів перевищить 1000 (вважайте день, у який Петро подарував свої браслети, першим).

Задача 11. Тарас сплатив позику у розмірі 89100 грн. за вісімнадцять платежів. Кожен наступний платіж був менший за попередній на 300 грн. Знайдіть розмір першого платежу.

Економічні задачі практичного змісту в математиці відіграють значну роль у формуванні фінансової та підприємницької компетентності учнів. Школярі навчаються розуміти основні економічні поняття, такі як бюджет, прибуток, збитки, відсотки, податки тощо; вдосконалюють вміння планувати свій бюджет, приймати зважені

фінансові рішення, оцінювати ризики. Розв'язуючи задачі економічного спрямування, учні розвивають навички аналізу даних, прогнозування, прийняття рішень.

Задача 12. Вартість смартфона було знижено на 40%, після чого його ціна склала 360 ум. од. Якою була початкова ціна смартфона (в ум.од.)?

А	Б	В	Г	Д
504	586	600	620	632

Задача 13. Надія планує купити на сервісі OLX.ua атлас з історії України вартістю 20 грн. Вона може надіслати кошти безпосередньо продавцю, додавши при цьому вартість поштових послуг, яка складає 18 грн. Наразі діє акція «Безкоштовна OLX доставка з Укрпошта», яка розповсюджується на товари, які коштують не менше 30 грн. Надія розмірковує, чи варто звернутися до продавця із проханням підвищити ціну атласу до 30 грн., щоб скористатися акційною пропозицією. Але в такому разі вона повинна буде додатково сплатити комісію за переказ коштів у розмірі 10 грн. 30 коп. та фіксовану комісію, що стягує банк, у розмірі 5 грн. 1) Визначте, який із способів оформлення покупки дешевший, та у відповідь упишіть загальну суму грошей (у грн.), яку заплатить Надія у цьому випадку. 2) Вкажіть, яку суму (у грн.) при цьому заощадить Надія.

Задача 14. У магазині за кожні витрачені 50 грн у чеку нараховується один бонус на бонусну картку, який дорівнює 1 грн. Сергій сплатив за покупку 625 грн одним чеком. Який відсоток від суми чеку становлять отримані ним бонуси за цей чек?

Теорія ймовірностей має широке застосування в різних сферах життя, таких як фінанси, страхування, медицина, наука, техніка та багато інших. Розв'язування задач з теорії ймовірностей вимагає від здобувачів освіти аналізувати дані, оцінювати ймовірності різних подій та робити прогнози. Ці навички є важливими для прийняття обґрунтованих рішень у різних ситуаціях.

Задача 15. В акваріумі плавають золоті рибки. Відомо, що рибок жіночої статі в акваріумі на 2 більше, ніж чоловічої. Ймовірність виловити навмання з акваріуму рибку жіночої статі дорівнює $\frac{4}{7}$. Знайдіть кількість рибок в акваріумі.

А	Б	В	Г	Д
14	18	20	24	40

Задача 16. В цеху з виготовлення м'ячів для гольфу в одній коробці було 77 м'ячів правильної форми, а в іншій - 23 м'ячі з дефектами. М'ячі зсипали в одну коробку. Яка ймовірність того, що навмання витягнутий з цієї коробки м'яч буде бракованим?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{23}{100}$	$\frac{23}{77}$	$\frac{77}{100}$	$\frac{77}{23}$	$\frac{1}{23}$

Задача 17. У коробці лежать 8 червоних і x зелених кульок. Знайдіть кількість зелених кульок, якщо ймовірність того, що навмання витягнута кулька буде зеленою, дорівнює $\frac{1}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

В практиці розв'язання задач прикладного змісту часто зустрічаються задачі на складання рівнянь. При їх опрацюванні варто дотримуватися наступної схеми:

– Провести аналіз. Позначити одну (або декілька) з невідомих величин змінною x . Усі однорідні величини, що фігурують в умові задачі, слід виразити в одних і тих же одиницях. Встановити залежність між невідомими та відомими величинами за умовою задачі. Представити двома різними (не тотожними) виразами одну й ту ж величину та прирівняти ці вирази, тобто скласти рівняння відносно невідомої величини, яку позначили за x .

– Розв'язання рівняння. При знаходженні коренів утвореного рівняння потрібно намагатися відшукати найоптимальніші методи перетворення.

– Дослідження розв'язку задачі. Встановити допустимі значення шуканих та заданих за умовою задачі величин і співвідношення між ними; встановити, які корені рівняння є розв'язками та відповідають умові задачі.

Задача 18. На полиці вітрини магазину розміщено x різних зошитів на 96 аркушів та y ($y < x$) різних зошитів на 36 аркушів. Кожний зошит на 96 аркушів коштує 30 грн, а будь-який зошит на 36 аркушів -- 10 грн. До кожного запитання (1 – 3) підберіть правильну відповідь, записану виразом (А – Д).

Запитання:

Яка загальна вартість усіх зошитів, розміщених на вітрині?

Відповідь:

А xy

Б $30x + 10y$

У скільки разів вартість усіх розміщених на вітрині зошитів на 96 аркушів перевищує вартість усіх розміщених на вітрині зошитів на 36 аркушів?

В $30x - 10y$

Скільки різних наборів можна скласти з одного зошита на 96 аркушів і одного зошита на 36 аркушів з представлених на вітрині?

Г $\frac{x}{y}$

Д $\frac{3x}{y}$

Задача 19. Дві снігоприбиральні машини, працюючи разом, можуть очистити сквер від снігу за 4 години. Друга машина працює в 2 рази повільніше першої. Якщо перша машина пропрацює 2 години, а потім її змінить друга, то скільки всього часу (в годинах) піде на прибирання снігу?

Остання задача виявилася найскладнішою для опитуваних учнів старших класів: правильно її розв'язали лише 22% респондентів. Це свідчить про наявність труднощів на одному з етапів розв'язання – чи то під час складання рівняння, чи під час його розв'язування. Найпоширенішою проблемою виявилася саме формалізація умови задачі, зокрема побудова правильного рівняння.

Один із ефективних способів подолання труднощів, пов'язаних із невмінням школярів розв'язувати задачі практичного змісту, полягає у формуванні в них навичок глибокого аналізу. Важливо навчити учнів ретельно вивчати умову задачі, виокремлювати ключові дані, встановлювати взаємозв'язки між ними, ставити уточнювальні запитання, досліджувати різні підходи до розв'язання та критично оцінювати отримані результати. При цьому необхідно враховувати індивідуальні особливості учнів та їхній рівень підготовки, що забезпечить ефективніше засвоєння матеріалу.

Висновки

Щорічно Український центр оцінювання якості освіти у офіційних звітах про проведення ЗНО/НМТ рекомендує в якості удосконалення сертифікаційних робіт збільшення частки завдань, зміст яких пов'язаний із життєвими ситуаціями, а також завдань для перевірки базових математичних компетентностей. Такі задачі сприяють формуванню математичного та критичного мислення, яке включає вміння використовувати логічні схеми, лаконічно викладати думки та чітко аналізувати

ситуації. Вони дозволяють учням усвідомити, як математичні знання застосовуються у повсякденному житті, в різних галузях науки, виробництва, бізнесу. Розв'язання задач практичного спрямування надає можливість школярам набути навички пошуку та порівняння різних способів вирішення проблеми (задачі), вибору оптимального розв'язання з кількох варіантів, вміння розуміти обмеження та можливості, вміння кількісно оцінити результати різних дій та усвідомлення того, що прийняті рішення мають реальні наслідки. Тому на уроках математики необхідно систематично забезпечувати зв'язок навчального матеріалу з практичним, щоб була зрозуміла його значимість, близька і далека перспектива його використання. Це з одного боку, допомагає переконувати учнів в необхідності і практичній корисності вивчення нового матеріалу, а з іншого – показує, що математичні абстракції та моделі виникають з задач, поставлених реальною дійсністю. В цій публікації ми запропонували ряд авторських задач у форматі ЗНО/НМТ, що допоможуть вчителям математики поліпшити розв'язання проблеми низьких вмінь математичного моделювання у здобувачів освіти.

Список використаних джерел

1. Міністерство освіти і науки України. (2023, 5 грудня). Результати міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022. <https://mon.gov.ua/news/rezultati-mizhnarodnogo-doslidzhennya-yakosti-osviti-pisa-2022>
2. Про схвалення Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), Розпорядження Кабінету Міністрів України № 960-р (2020) (Україна). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-p#Text>
3. Hallström, J., Norström, P., & Schönborn, K. J. (2023). Authentic STEM education through modelling: an international Delphi study. *International Journal of STEM Education*, 10(1). <https://doi.org/10.1186/s40594-023-00453-4>
4. Про затвердження рекомендацій щодо оцінювання результатів навчання, Наказ Міністерства освіти і науки України № 1093 (2024). <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v1093729-24#Text>
5. Український центр оцінювання якості освіти. Офіційний звіт про проведення ЗНО у 2021 році (Том 2). https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf
6. Український центр оцінювання якості освіти. Офіційний звіт про проведення НМТ у 2023 році (Том 2). https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2023/08/ZVIT-NMT_2023-Tom_2.pdf
7. Ariyadi Wijaya, Marja Van den Heuvel-Panhuizen, Michiel Doorman, Michiel Veldhuis (2018). Opportunity-to-Learn to Solve Context-based Mathematics Tasks and Students' Performance in Solving these Tasks – Lessons from Indonesia. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(10), em1598. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93420>
8. Blum, W. & Leiss, D. (2007). How to Stimulate Students' Motivation and Interest in Mathematical Modelling: A Case Study. *ZDM Mathematics Education*, 39(5–6), 445–457.
9. Cornelia S. Große (2015). Fostering modeling competencies: benefits of worked examples, problems to be solved, and fading procedures. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 3(4), 364–375. <https://doi.org/10.30935/scimath/9444>
10. Marco, N., Palatnik, A. (2024) Teachers pose and design context-based mathematics tasks: what can be learned from product evolution? *Educational Studies in Mathematics*, 115, 223–246. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10271-8>
11. Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>

12. Біліченко, Р. О., Конарева, С. В., Ткаченко, М. Є., & Трактинська, В. М. (2024). Задачі практичного змісту як засіб якісної математичної підготовки здобувачів освіти. Науковий вісник Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського, (1), 49–55. <https://doi.org/10.24195/2617-6688-2024-1-7>
13. Hryhorieva, K., Turka, T., & Pashchenko, Z. (2023). Theoretical and methodological basis of studying the topic «word problems of practical content» in the school course of mathematics. *ScienceRise: Pedagogical Education*, (5 (56)), 17–24. <https://doi.org/10.15587/2519-4984.2023.294828>